

### Verwandte Themen

Brems- und charakteristische Röntgenstrahlung, Comptonstreuung, Comptonwellenlänge, Energie- und Impulserhaltung, Ruhemasse und Ruheenergie des Elektrons, relativistische Elektronenmasse und Energie, Halbleiterdetektor, Vielkanalanalysator.

### Prinzip

Fotonen der Molybdän  $K_{\alpha}$ -Röntgenlinie werden an quasifreien Elektronen eines Plexiglasquaders gestreut. Mit Hilfe eines schwenkbaren Halbleiterdetektors und eines nachgeschalteten Vielkanalanalysators wird die Energie der gestreuten Fotonen winkelabhängig bestimmt.

### Material

1 XR 4.0 expert unit, Röntgengerät	09057-99
1 XR 4.0 Goniometer	09057-10
1 XR 4.0 Einschub mit Molybdän-Röntgenröhre	09057-60
1 Blendentubus d = 1 mm	09057-01
1 Blendentubus d = 2 mm	09057-02
1 Vielkanalanalysator	13727-99
1 XR 4.0 Röntgenenergiedetektor	09058-30
1 XR 4.0 XRED Kabel, 50 cm	09058-32
1 Abgeschirmtes Kabel BNC, l = 750 mm	07542-11
1 XR 4.0 Comptonzusatz für Röntgengerät	09057-04
1 measure software Vielkanalanalysator	14452-61
1 PC, Windows® XP oder höher	



Abb. 1: P2546001

### Aufgaben

1. Führen Sie mit Hilfe der beiden charakteristischen Molybdän-Röntgenlinien  $K_\alpha$  und  $K_\beta$  eine Energiekalibrierung des Vielkanalanalysators (VKA) durch.
2. Bestimmen Sie die Energie der an einem Plexiglaskörper gestreuten Photonen der Mo- $K_\alpha$ -Linie als Funktion des Streuwinkels.
3. Vergleich Sie die gemessenen Energien der Streulinien sind mit den zu berechnenden Energiewerten.
4. Berechnen Sie die Comptonwellenlänge für Elektronen und vergleichen Sie sie mit dem entsprechenden Wert aus der  $90^\circ$ -Streuung.

### Versuchsaufbau

- Adapterring auf den Eintrittstubus des Energiedetektors schrauben.
- Signal- und Versorgungskabel mit den Winkelsteckern an die entsprechenden Buchsen des Detektors anschließen.
- Signal- und Versorgungskabel an die entsprechenden Anschlüsse im Experimentierraum anschließen. In Abb. 2 ist der Anschluss für das Signalkabel rot gekennzeichnet, der für das Versorgungskabel grün. Entsprechend außen

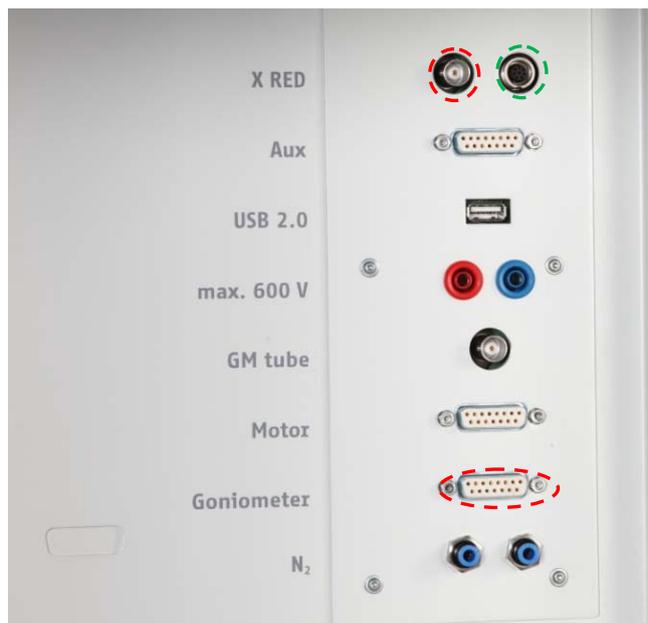


Abb. 2: Anschlüsse im Experimentierraum



Abb. 3: Anschluss des VKA

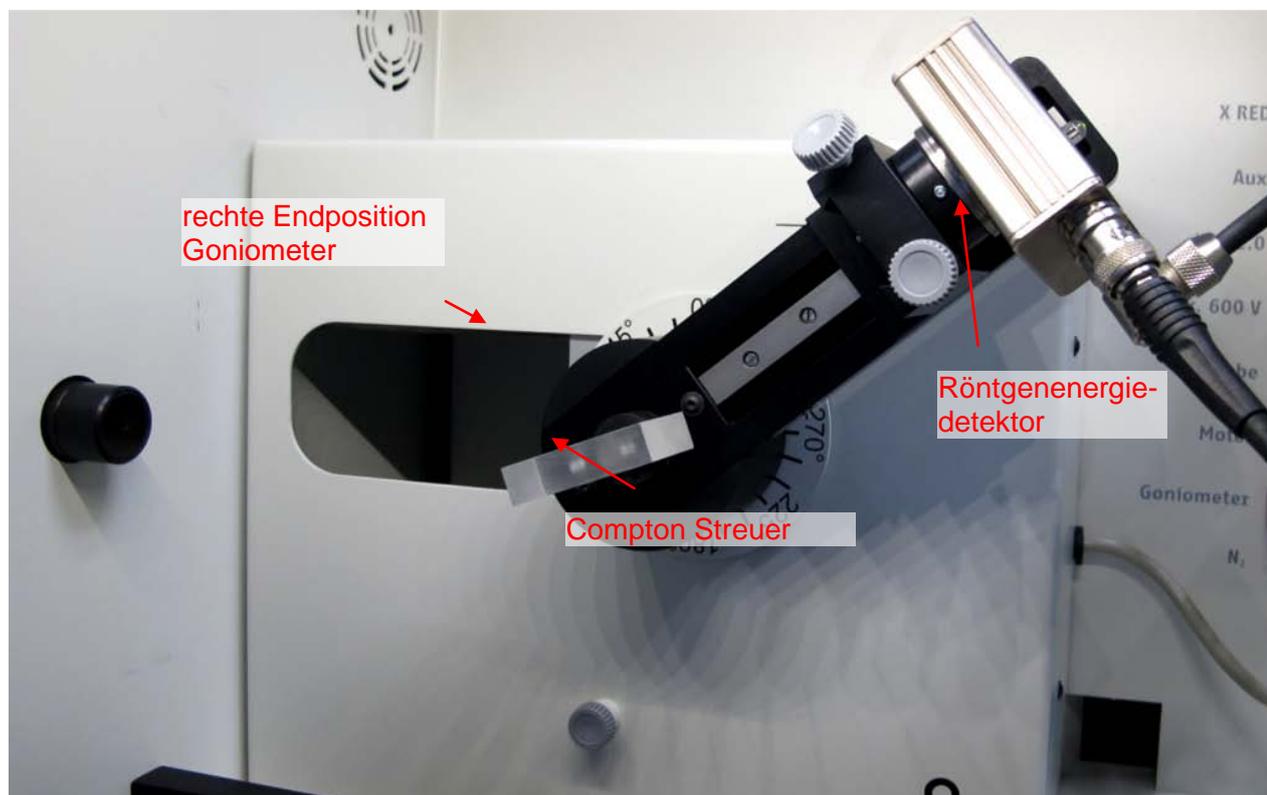


Abb. 4: Versuchsaufbau am Goniometer

die X-RED Anschlüsse des Röntgengeräts (Siehe Abb. 3) mit dem Vielkanalanalysators (VKA) verbinden. Verbinden Sie das Signalkabel mit der Buchse „Input“ und das Versorgungskabel mit der Buchse „X-Ray Energy Det.“ des VKA verbinden.

- Energiedetektor in der Halterung des Schwenkarmes des Goniometers befestigen (Abb. 4). Beide Kabel sind mit ausreichender Länge so zu führen, dass eine ungehemmte Drehung des Goniometers über den gesamten Schwenkbereich gewährleistet ist.
- Verbindung zwischen VKA und Rechner mit Hilfe des USB-Kabels herstellen.

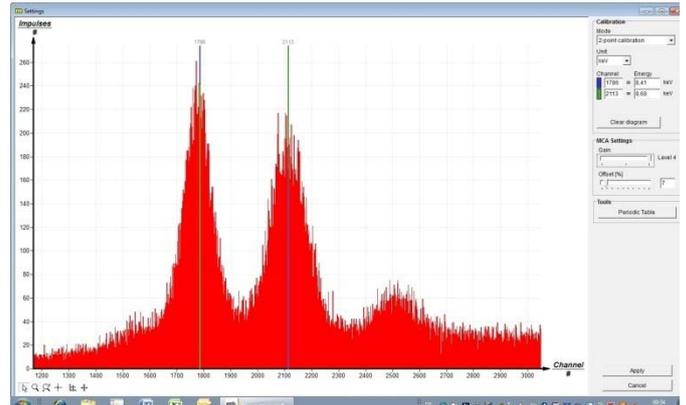


Abb. 5: Kalibrierung des VKA

## Durchführung

### Kalibrierung des VKA

- (wenn nicht auf eine bereits vorliegende Kalibrierung zurückgegriffen werden kann).
- Goniometerblock und Detektor werden jeweils in ihre rechten Endpositionen gebracht,
- Blendentubus mit 1-mm-Lochdurchmesser in den Austrittstubus der Röntgenröhre einsetzen,
- bei eingeschaltetem Röntgengerät den Detektor in die 0°-Stellung bringen. Zur Reduzierung der Gesamtrate den Detektor anschließend um einige 0,1° aus der Nulllage drehen.
- Betriebsdaten der Wolframröntgenröhre: Anodenspannung  $U_A = 25$  kV und Anodenstrom  $I_A = 0,02$  mA wählen und die Röntgenstrahlung aktivieren.
- Im MEASURE-Programm unter „Messgerät“ VKA-auswählen. Dann „Einstellungen und Kalibrieren“ wählen. Nach Anklicken der Schaltfläche „Kalibrieren“ kann nun ein Spektrum gemessen werden. Die Zählrate sollte dabei  $< 300$  Imp./s betragen (evtl Zählrohr weiter aus dem Strahl bewegen). Einstellungen zur Energiekalibrierung: – 2-Punkt Kalibrierung, – Einheit = keV, Verstärkungsfaktor = 4, – der Offset ist so zu wählen, dass niederenergetische Rauschsignale unterdrückt werden (in der Regel genügt ein Offset von einigen %) – siehe Abb. 5.
- Messdauer 5 Minuten, dazu Timer des Röntgengerätes benutzen,
- Die zwei farbigen Kalibrierlinien werden jeweils mit den Linienmitten der beiden intensivsten charakteristischen Röntgenlinien zur Deckung gebracht. Die zugehörigen Energiewerte (Zuordnung der Linien: siehe z. B. P2544701)  $E(L_3M_5/L_3M_4) = 8,41$  keV und  $E(L_2N_4) = 9,69$  keV werden farbenrichtig in die zugehörigen Felder eingetragen. (Da die  $L_3M_5/L_3M_4$ -Linien nicht zu trennen sind, wird ein Mittelwert der beiden Energien genommen)
- Die Kalibrierung bezeichnen und speichern.

### Comptonstreuung

- Detektor in die Nullposition bringen und Betriebsdaten der Röntgenröhre wie zuvor wählen,
- Im Fenster „Spektrenaufnahme“ in der Schaltfläche „Steuerung“ folgende Parameter eintragen: - Verstärkungsfaktor = 2, – Offset = 3%, - x-Datensatz = keV, - Intervallbreite = 1,
- Röntgenröhre starten, Messdauer ca. 1 Minute, sodass die Intensität des  $K_\alpha$ -Peaks ca. 200-300 Imp. beträgt. Daten übernehmen und abspeichern,
- Als Streukörper den Plexiglaskörper des Comptonzusatzes in den Probenhalter stecken und ihn anschließend in die 10°-Position bringen. Detektor auf 20° drehen,
- Jetzt den Tubus mit 2-mm-Blendendurchmesser einsetzen und die Betriebsdaten der Röntgenröhre auf  $U_A = 35$  kV und  $i_A = 1$  mA erhöhen,

- Messung starten, Messdauer ca. 5 Minuten, die Intensität des  $K_{\alpha}$ -Peaks sollte ca. 200 Imp. betragen. Mit „Daten übernehmen“ Messung abschließen.
- Plexiglasstreckkörper in seiner Lage belassen und weitere Messungen durch Veränderung der Winkelstellung des Detektors in  $10^{\circ}$ -Schritten bis hin zu  $160^{\circ}$  durchführen.

#### Auswertung der Messkurven

- Zur Bestimmung der Linienenergie geht man von der Balken- zur Kurvendarstellung über. Dazu „Darstellungsoptionen“, anschließend „Interpolation und Geraden“ anklicken,
- Dehnung des betreffenden Linienbereichs mit Hilfe der „Zoomfunktion“
- Anschließend Kurvenbereich markieren, „+“ Fenster „Kurvenfitting“ öffnen und „skalierte Normalverteilung“ aussuchen und übernehmen.
- Linienschwerpunkt der Normalverteilung mit „Extrema anzeigen“ aufsuchen oder mit Funktion „Vermessen“ bestimmen.

### Theorie und Auswertung

Eine schematische Darstellung des Comptoneffekts zeigt Abb. 6.

Durch Wechselwirkung mit einem freien Elektron im Festkörper verliert das einfallende Foton Energie und wird aus seiner ursprünglichen Richtung unter dem Streuwinkel  $\vartheta$  abgelenkt. Das vorher ruhende Elektron nimmt dann zusätzlich kinetische Energie auf und verlässt den Kollisionsort unter dem Winkel  $\varphi$ .

Aus dem Energie- und Impulserhaltungssatz erhält man die Energie des gestreuten Photons als Funktion des Streuwinkels zu (s. Anhang):

$$E_2 = \frac{E_1}{1 + \frac{E_1}{m_0 c^2} (1 - \cos \vartheta)} \quad (1)$$

Fotonenenergie vor dem Stoß	vor	bzw.nach	$E_1$ bzw. $E_2$
Streuwinkel			$\vartheta$
Vakuumlichtgeschwindigkeit			$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$
Ruhemasse des Elektrons			$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

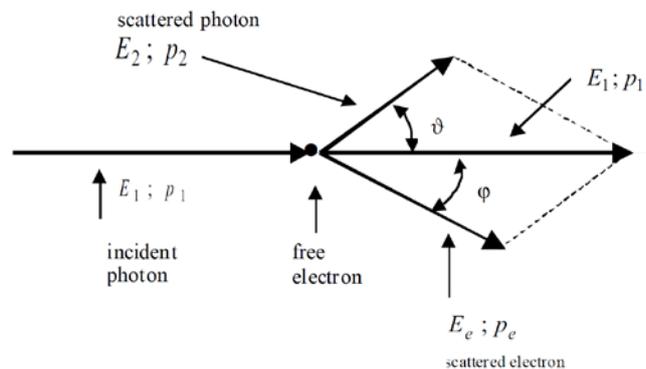


Abb. 6: Impuls- und Energiebeziehung beim Comptoneffekt

Das Photon hat nach dem Stoß eine geringere

Energie  $E_2$  und damit eine größere Wellenlänge  $\lambda_2$  als vor dem Stoß. Mit  $E = h\nu$  lässt sich (1) umformen in:

$$\frac{1}{h\nu_2} - \frac{1}{h\nu_1} = \frac{1}{m_0 c^2} (1 - \cos \vartheta) \quad (2)$$

Plancksches Wirkungsquantum  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

Fotonenfrequenz  $\nu$

Mit  $\lambda = c/v$  folgt aus (2):

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\vartheta)$$

Die nur aus den drei Universalkomponenten bestehende Wellenlängendifferenz ergibt für  $90^\circ$ -Streuung die sog. Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  für Elektronen.

$$\lambda_C = \frac{h}{m_0c} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 2,998 \cdot 10^8} \frac{Js}{kg \cdot ms^{-1}}$$

Für die Sonderfälle der Vorwärts- bzw. Rückwärtsstreuung  $\vartheta = 0^\circ$  bzw.  $\vartheta = 180^\circ$  gilt jeweils für die Änderung der Wellenlänge  $\Delta\lambda = 2\lambda_C$ .

Abb. 7 zeigt in einem Ausschnitt das Röntgenspektrum von Molybdän. Für die winkelabhängige Energieverschiebung der Streustrahlung ist nur die intensitätsreiche  $K_\alpha$ -Linie in Betracht zu ziehen.

In Tabelle 1 sind in den Spalten B die experimentell ermittelten Energiewerte der Linienmaxima der Mo- $K_\alpha$ -Linie als Funktion des Streuwinkels (Spalten A) angegeben.

Zum Vergleich zeigen die Spalten C die entsprechenden nach (1) mit  $E_1(\text{Mo-}K_\alpha) = 17,43 \text{ keV}$  berechneten Energiewerte.

In Abb. 8 ist zur Verdeutlichung der Inhalt von Tabelle 1 nochmals grafisch dargestellt.

In Abb. 9 sind exemplarisch in einem schmalen Energieintervall für verschiedene Streuwinkel die Spektren der Mo- $K_\alpha$ -Linie dargestellt (die Linie bei  $\vartheta = 0^\circ$  ist die ungestreute  $K_\alpha$ -Linie). Die Abbildung verdeutlicht, dass mit zunehmendem Streuwinkel die Energie der Streustrahlung abnimmt. Außerdem zeigt sich, dass die  $90^\circ$ -Streuung die geringste Streuintensität liefert.

Zur Bestimmung der Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  aus der  $90^\circ$ -Streuung schreibt man mit  $\lambda = h \cdot c/E$  Gl. (3) um:

$$\lambda_C = \lambda_2 - \lambda_1 = h \cdot c \left( \frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) \quad (4)$$

Tabelle 1: Energie  $E_2$  der gestreuten Photonen als Funktion des Streuwinkels  $\vartheta$

A	B	C	A	B	C
$\vartheta / ^\circ$	$E_2$ (exp.)/ keV	$E_2$ (theor.)/ keV	$\vartheta / ^\circ$	$E_2$ (exp.)/ keV	$E_2$ (theor.)/ keV
20	17,39	17,394	100	16,75	16,752
30	17,36	17,350	110	16,64	16,659
40	17,32	17,290	120	16,55	16,572
50	17,24	17,218	130	16,50	16,495
60	17,15	17,134	140	16,44	16,429
70	17,06	17,043	150	16,40	16,376
80	16,95	16,947	160	16,32	16,337
90	16,85	16,849			

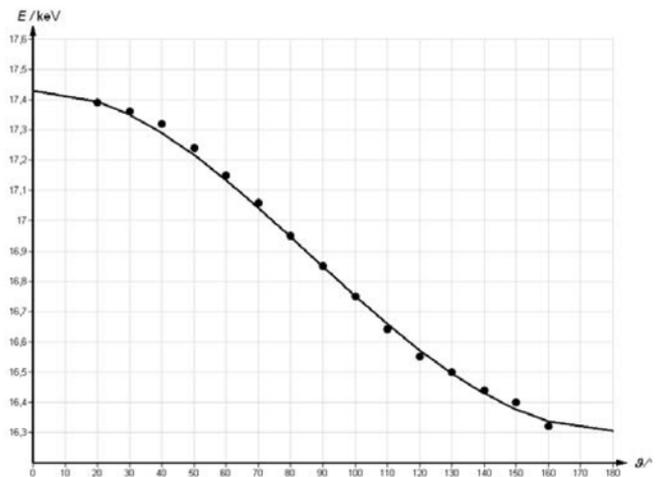


Abb. 7: Energie der Molybdän- $K_\alpha$ -Linie als Funktion des Streuwinkels  
Ausgezogene Kurve: mit  $E_1 = 17,43 \text{ keV}$  nach Gl. (1) berechnet  
• = Messwerte aus den Spalten B der Tabelle

Mit  $E_2 (90^\circ) = 16,64 \text{ keV}$  (s. Tabelle) und  $E_1 (0^\circ) = 17,43 \text{ keV}$  und der Äquivalenz  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  erhält man aus dem Experiment für die Comptonwellenlänge:

$$\lambda_c = 2,49 \text{ pm}$$

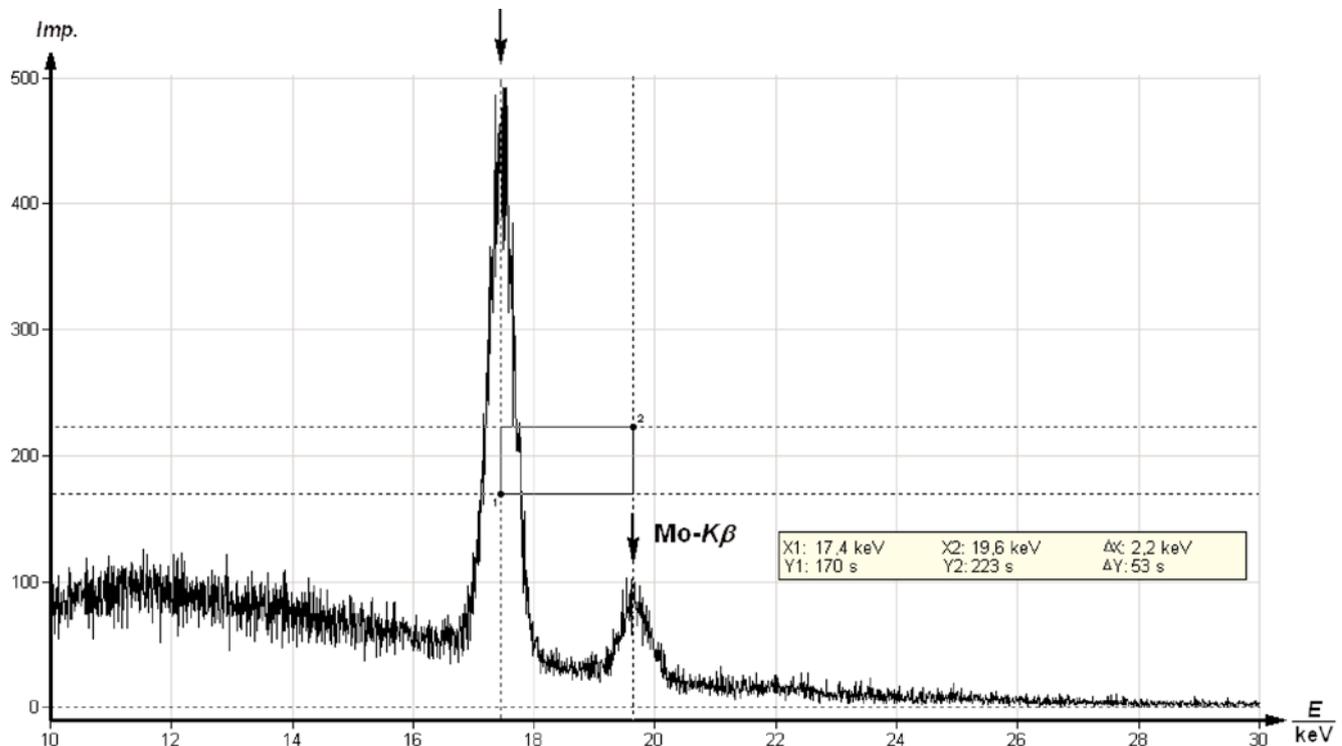


Abb. 8: Röntgenspektrum von Molybdän (Ausschnitt)

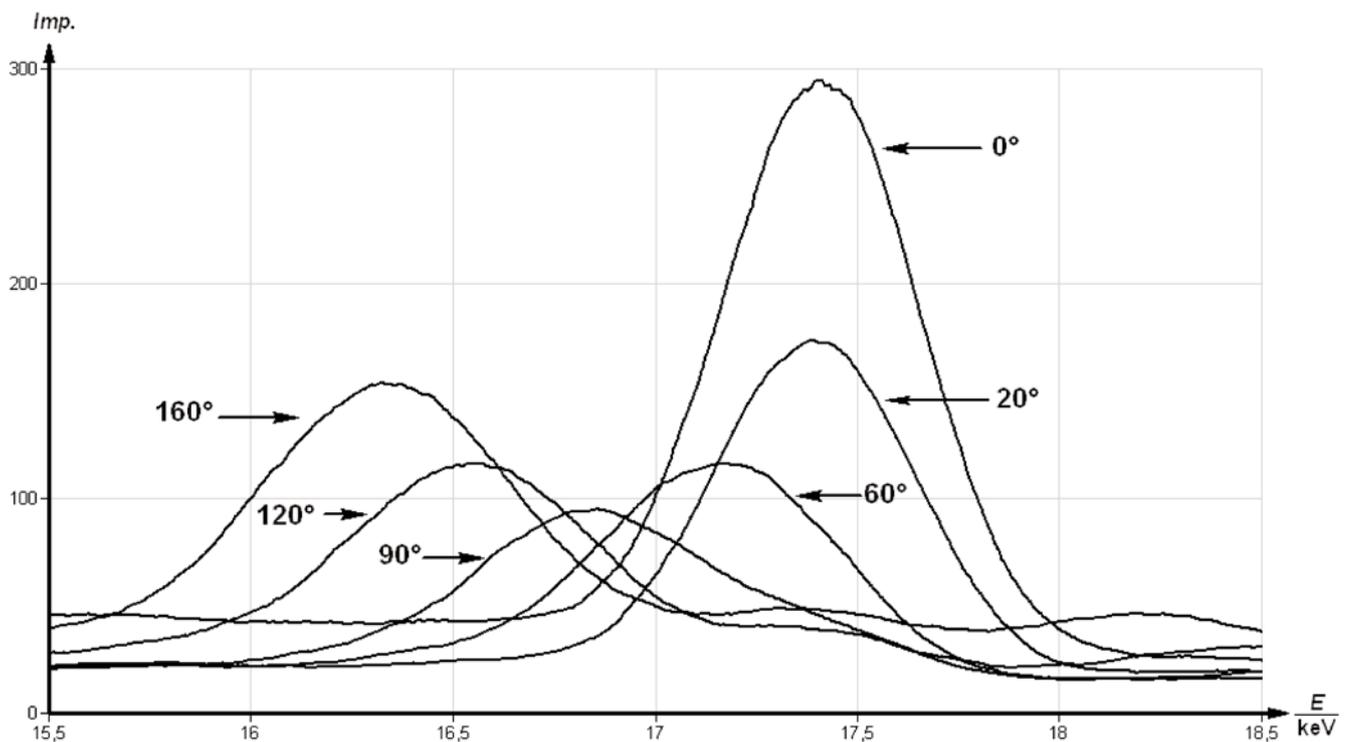


Abb. 9: Molybdän- $K_\alpha$ -Linie bei verschiedenen Streuwinkeln  $\vartheta$

## Anhang

*Impulserhaltung:*

$$p_1 = p_2 + p_e \rightarrow p_e^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \quad (5)$$

Für den von den beiden Impulsvektoren  $p_1$  und  $p_2$  eingeschlossenen Winkel  $\vartheta$  gilt:

$$\cos \vartheta = \frac{p_1 p_2}{\sqrt{|p_1|^2 |p_2|^2}} \quad (6)$$

Mit (6) und den Impuls-Energiebeziehungen  $p_1 = E_1/c$  und  $p_2 = E_2/c$  (Impuls-Energiebeziehung aus Kombination von  $E = h\nu$ ; Fotonenimpuls  $p = h/\lambda$  (de Broglie) und  $c = \lambda\nu$ ) folgt aus (5):

$$p_e^2 = \frac{1}{c^2} (E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 E_2 \cos \vartheta) \quad (7)$$

*Energieerhaltung:*

Unter Einbeziehung relativistischer Effekte für ein Elektron mit der Geschwindigkeit  $v$  gilt:

$$E_1 + m_0 c^2 = E_2 + E_e = E_2 + \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \quad (8)$$

Mit  $E_e = mc^2$  und  $p_e = mv$  folgt:

$$v^2 = \frac{c^4 p_e^2}{E_e^2} \quad (9)$$

Setzt man (9) in (8) ein, so erhält man schließlich:

$$p_e^2 = \frac{1}{c^2} \{E_1^2 + E_2^2 + 2m_0 c^2 (E_1 - E_2) - 2E_1 E_2\} \quad (10)$$

Aus der Gleichsetzung von (7) und (10) ergibt sich abschließend für  $E_2$ :

$$E_2 = \frac{E_1}{1 + \frac{E_1}{m_0 c^2} (1 - \cos \vartheta)}$$

