Verwandte Begriffe

Maxwell-Scheibe, kinetische Energie, Rotationsenergie, potentielle Energie, Trägheitsmoment, Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung, Momentangeschwindigkeit, Kreisel.

Prinzip

Eine Scheibe, welche sich um seine Achse an zwei Seilen abrollen kann, bewegt sich in einem Gravitationsfeld. Dies wird mit einer Videokamera gefilmt. Potentielle Energie, kinetische Energie und Rotationsenergie werden ineinander umgewandelt und mit Hilfe von measure Dynamics als Funktion der Zeit bestimmt.

Material

1	Stativ-Fuß DEMO	02007-55
3	Stativstangen PHYWE, 4 Kanten, l = 1000 mm	02028-55
4	Doppelmuffen	02040-55
1	Maßstab, l = 1000 mm	03001-00
1	Maxwellsches Rad	02425-00
1	Haltevorrichtung mit Drahtauslösung	02417-04
1	Plattenhalter	02062-00
1	Software measure Dynamics	14440-61

Zusätzlich erforderlich:

Videokamera, Stativ, Computer

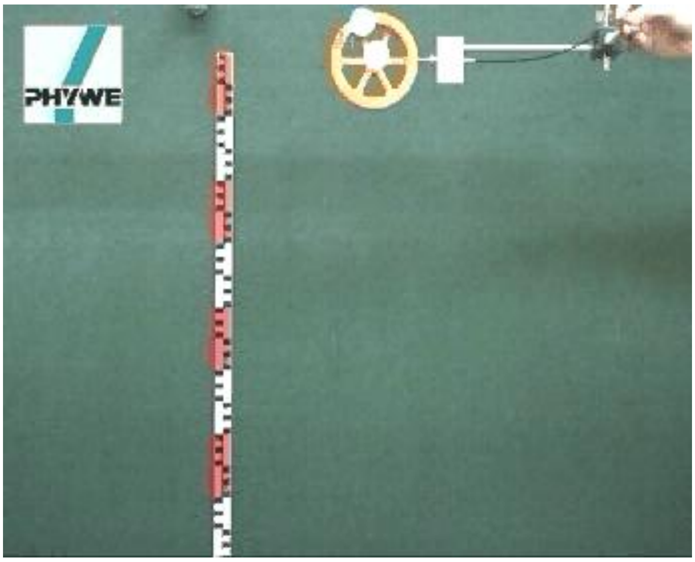

Abbildung 1: Versuchsaufbau

Aufgaben

1. Bestimmen des Trägheitsmoments der Maxwell-Scheibe über den Zusammenhang von Weg und Zeit.
2. Bestimmen des Trägheitsmoments der Maxwell-Scheibe über den Zusammenhang von Geschwindigkeit und Zeit.
3. Graphische Darstellung der potentiellen Energie, der kinetische Energie sowie der Rotationsenergie nach der Zeit.

Aufbau und Durchführung

Der Versuchsaufbau erfolgt gemäß Abbildung 1. Durch Benutzung der verstellbaren Schrauben an der Haltestange ist die Achse der entspannten Maxwell-Scheibe vor Versuchsbeginn horizontal auszurichten. Weiterhin ist die Maxwell-Scheibe auf beiden Seiten in etwa gleich aufzuwickeln. Hierbei ist zu beachten, dass beim Aufwickeln die Wicklungen einwärts verlaufen müssen.
Es ist daher zwingend notwendig, die erste Auf- und Abbewegung der Scheibe zu beobachten, da eine falsche Wicklung (auswärts, überkreuz) ein Losreißen des Maxwellschen Rads bewirken kann.
Der Öffnungsschalter, d.h. die Nadel, die in einem Loch der Kreisscheibe der Maxwell-Scheibe steckt, wird dazu benutzt, um die Scheibe mechanisch zu starten. Der Öffnungsschalter sollte so eingestellt werden, dass die Scheibe nach dem Start weder oszilliert noch rollt. Des Weiteren sollten die Seile für die Versuchsdurchführung immer in die gleiche Richtung gewickelt werden.

Bei der Videoaufnahme muss bzgl. der Einstellung und Positionierung der Kamera auf folgende Aspekte geachtet werden:

- Die Zahl der Bilder pro Sekunde sollte auf ca. 30 fps eingestellt werden.
- Es ist ein heller, homogener Hintergrund zu wählen.
- Der Versuchsablauf ist zusätzlich zu belichten.
- Der Versuch ist in der Bildmitte aufzunehmen, hierzu ist die Videokamera auf einem Stativ mittig zum Versuch zu positionieren.
- Der Videoaufnahme erfolgt von der Seite.
- Der Versuch sollte möglichst formatfüllend aufgenommen werden.
- Die optische Achse der Kamera hat parallel zur Versuchsanordnung (keine Bewegung in x-Richtung) zu verlaufen.
- Zur Skalierung wird ein Maßstab mit Hilfe eines Stativfußes, einer Haltestange, einer Doppelmuffe und einem Plattenhalter in die Versuchsebene gestellt.

Nun kann mit der Videoaufnahme begonnen und der Versuch gestartet werden.

Theorie und Auswertung

Die Gesamtenergie E der Maxwell-Scheibe der Masse m und dem Trägheitsmoment I_z um seine Rotationsachse setzt sich wie folgt aus potentieller Energie E_{pot}, kinetischer Energie E_{kin} und Rotationsenergie E_{rot} zusammen:

$$E = m \cdot \vec{g} \cdot \vec{s} + \frac{m}{2}\vec{v}^2 + \frac{I_z}{2}\vec{\omega}^2 .$$

Hier bezeichnet $\vec{\omega}$ die Winkelgeschwindigkeit, $\vec{v}$ die Translationsgeschwindigkeit (Geschwindigkeit des Schwerpunktes der Scheibe in Bewegungsrichtung), $\vec{g}$ die Erdbeschleunigung und $\vec{s}$ die (negative) Höhe.

Mit der Notation von Abbildung 2

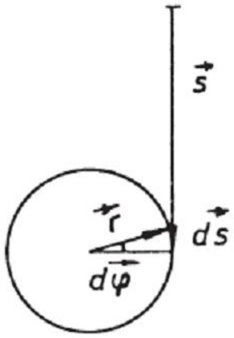

Abbildung 2: Beziehung zwischen der Erhöhung von $d\varphi$ und der Reduzierung der Höhe $d\vec{s}$.

ergeben sich die Beziehungen

$$d\vec{s} = d\vec{\varphi} \times \vec{r}$$

und

$$\vec{v} \equiv \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \times \vec{r} \equiv \vec{\omega} \times \vec{r}$$

wobei $\vec{r}$ der Radius der Scheibe ist.

Im vorliegenden Fall ist $\vec{g}$ parallel zu $\vec{s}$ sowie $\vec{\omega}$ senkrecht zu $\vec{r}$, so dass

$$E = -m \cdot g \cdot s(t) + \frac{1}{2} \cdot \left(m + \frac{I_z}{r^2}\right) \cdot (v(t))^2$$

gilt. Da die Gesamtenergie *E* konstant ist, ergibt sich durch Differenzieren

$$\frac{dE}{dt} = 0 = -m \cdot g \cdot v(t) + \left(m + \frac{I_z}{r^2}\right) \cdot v(t) \cdot \dot{v}(t).$$

Für $s(t=0) = 0$ und $v(t=0) = 0$, erhält man

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot g}{m + \frac{I_z}{r^2}} \cdot t^2 \qquad (1)$$

und

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = \frac{m \cdot g}{m + \frac{I_z}{r^2}} \cdot t \qquad (2)$$

.

Zur weiteren Versuchsauswertung werden noch die folgenden Daten benötigt: die Masse *m* der Scheibe beträgt im Versuch *m* = 0.436 kg. Der Radius der Scheibe ist *r* = 2.5 mm.

Das aufgenommene Video wird an den Computer übertragen. Sodann wird das Programm measure Dynamics gestartet und das Video unter „Datei“ – „Video laden …“ geöffnet. Zur weiteren Analyse werden in dem Video mit Hilfe der Menüzeile oberhalb des Videos Versuchsbeginn („Startmarke“ und „Zeitnullpunkt“) und Versuchsende („Endmarke“) festgelegt. Der Versuch beginnt mit dem Abrollen des Maxwellschen Rades und endet bei Erreichen des ersten Umkehrpunkts. Anschließend wird unter „Videoanalyse“ – „Skalierung …“ – „Maßstab“ der Meterstab mit der im Video erscheinenden Strecke markiert und die sich hieraus ergebende Länge in das Eingabefenster eingegeben. Außerdem wird unter

„Bildrate ändern“ die bei der Aufnahme eingestellte Bildrate eingetragen und unter „Ursprung und Richtung“ der Ursprung des Koordinatensystems auf das Zentrum des Maxwellschen Rades zum Beginn des Versuchs gesetzt.

Nun kann unter „Videoanalyse“ – „Automatische Analyse“ bzw. „Manuelle Analyse“ mit der eigentlichen Analyse der Bewegung begonnen werden. Bei der automatischen Analyse empfiehlt es sich, unter dem Reiter „Analyse“ „Bewegungserkennung mit Farbanalyse“ auszuwählen. Unter „Optionen“ kann die automatische Analyse zusätzlich bei Bedarf optimiert werden, indem z.B. die Empfindlichkeit geändert oder der Suchradius eingeschränkt wird. Als nächstes ist in dem Video eine Filmposition zu suchen, auf der die Mitte des Maxwellschen Rades frei sichtbar ist. Sodann wird die Mitte angeklickt. Wird das Objekt erkannt, erscheint ein grünes Rechteck und die Analyse kann durch Klicken auf Start begonnen werden.

Werden mit Hilfe der automatischen Analyse keine zufriedenstellenden Ergebnisse erzielt, kann unter „Manuelle Analyse“ die Messreihe korrigiert werden, indem die Mitte des Maxwellschen Rades manuell markiert wird.

Aufgabe 1: Bestimmen des Trägheitsmoments der Maxwell-Scheibe über den Zusammenhang von Weg und Zeit.

Es wird das Tabellenblatt durch Klicken von „Neue Spalte“ in der Tabellenmenüzeile erweitert. In die neue Spalte wird nun die zurückgelegte Strecke „s“ (Einheit: „m“; Formel: „-y“) eingetragen. Anschließend wird die zurückgelegte Strecke als Funktion der Zeit graphisch dargestellt, indem man über „Anzeige“ zu „Diagramm“ geht, auf „Optionen“ klickt, alle bereits existierenden Graphen löscht und den Graphen t (waagrechte Achse) – s (senkrechte Achse) auswählt. Es ergibt sich:

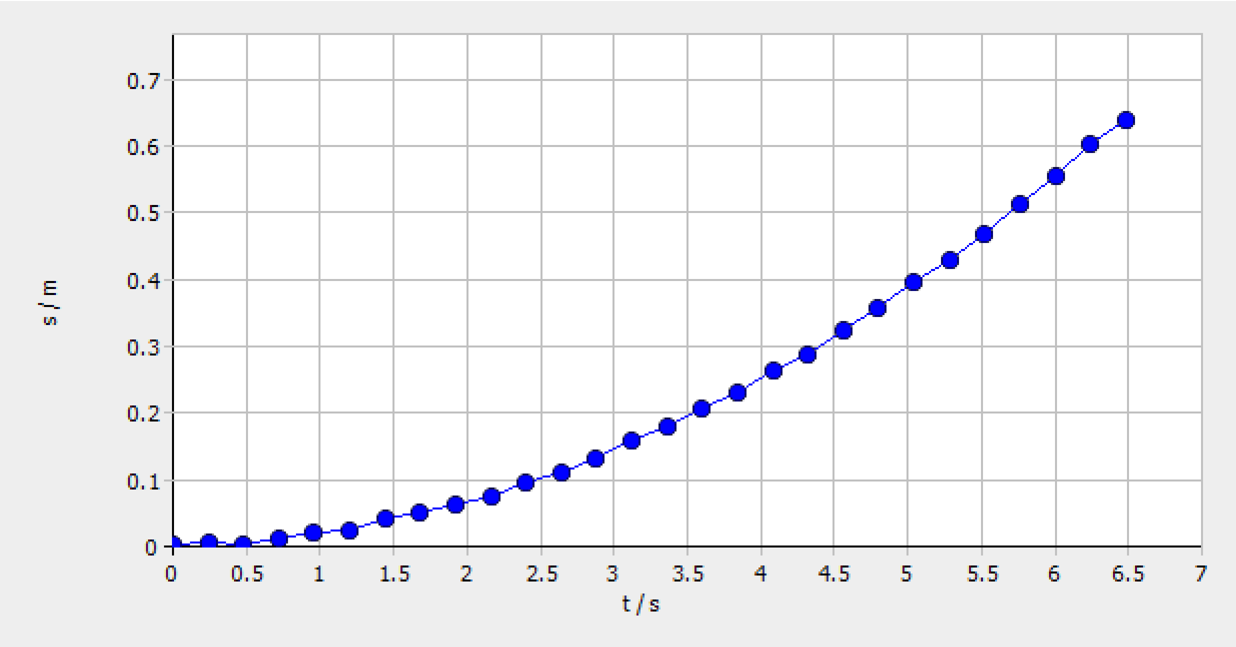

Abbildung 3: Abhängigkeit der zurückgelegten Strecke *s* von der Zeit *t*

Wie aus der Theorie gemäß Gleichung (1) zu erwarten war, ergibt sich wie in Abbildung 3 zu sehen ist, ein quadratischer Zusammenhang. Um dies nun genauer zu untersuchen, ist es zweckmäßig, die Abhängigkeit der zurückgelegten Strecke in Abhängigkeit vom Quadrat der Zeit zu betrachten. Um dies graphisch darstellen zu können, muss jedoch vorher das Tabellenblatt durch Klicken von „Neue Spalte“ in der Tabellenmenüzeile um eine weitere Spalte erweitert werden. In die neue Spalte wird nun das Quadrat der Zeit mit dem Namen „t2“ (Einheit: „s^2“; Formel: „t^2“) eingetragen. Nun lässt sich, analog zum t-s Diagramm, das t^2-s Diagramm darstellen und es ergibt sich:

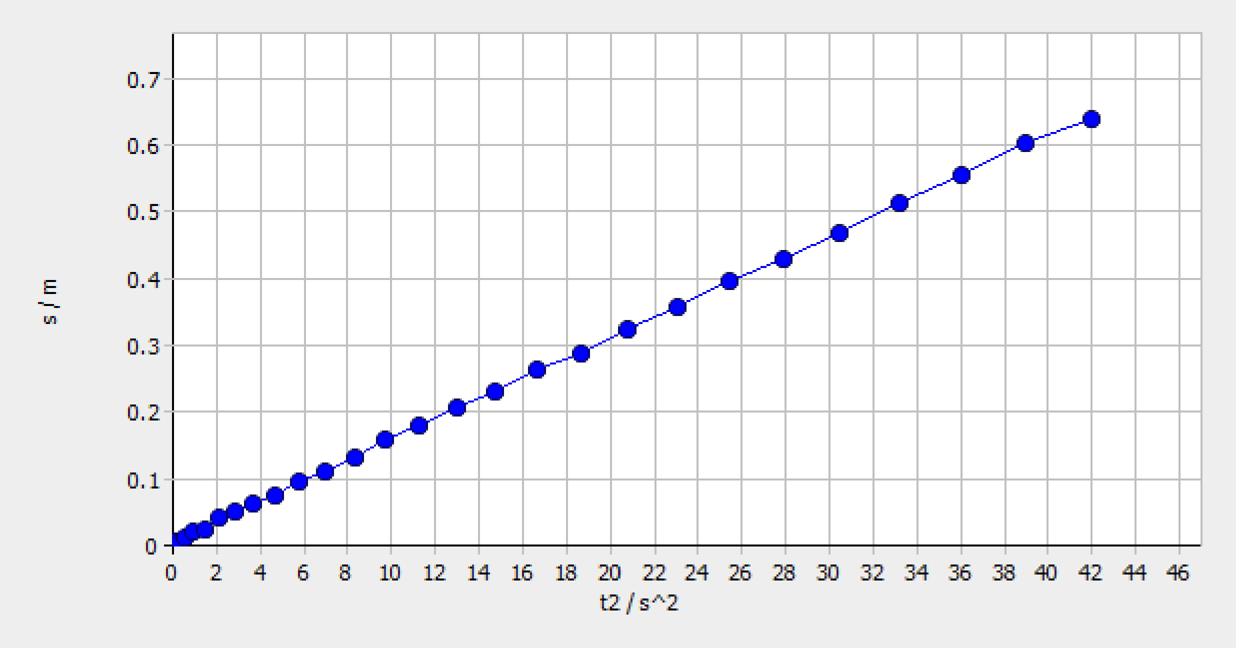

Abbildung 4: Abhängigkeit der zurückgelegten Strecke *s* vom Quadrat der Zeit *t*

Gemäß Abbildung 4 verhält sich die zurückgelegte Strecke linear zum Quadrat der Zeit. Klickt man in der Menüzeile des Diagramms auf „Optionen" und geht in diesem Reiter zu „Regressionsgerade", kann die Regressionsgerade der Strecke *s* nach dem Quadrat der Zeit *t2* bestimmt werden. Es ergibt sich eine Steigung von 0,0152.

Aus (1) ergibt sich ein Trägheitsmoment von

$$I_z = 8{,}77 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{kgm}^2.$$

Aufgabe 2: Bestimmen des Trägheitsmoments der Maxwell-Scheibe über den Zusammenhang von Geschwindigkeit und Zeit.

Analog kann das Trägheitsmoment auch über die Darstellung der Geschwindigkeit des Schwerpunkts der Maxwellschen Scheibe als Funktion der Zeit dargestellt werden. Hierzu wird das Tabellenblatt durch Klicken von „Neue Spalte" in der Tabellenmenüzeile nochmals erweitert. In die neue Spalte wird nun die Geschwindigkeit „v" (Einheit: „m/s"; Formel: „-v_y") eingetragen. Anschließend wird die Geschwindigkeit des Schwerpunkts der Maxwellschen Scheibe als Funktion der Zeit graphisch dargestellt, indem man über „Anzeige" zu „Diagramm" geht, auf „Optionen" klickt, alle bereits existierenden Graphen löscht und den Graphen t (waagrechte Achse) – v (senkrechte Achse) auswählt:

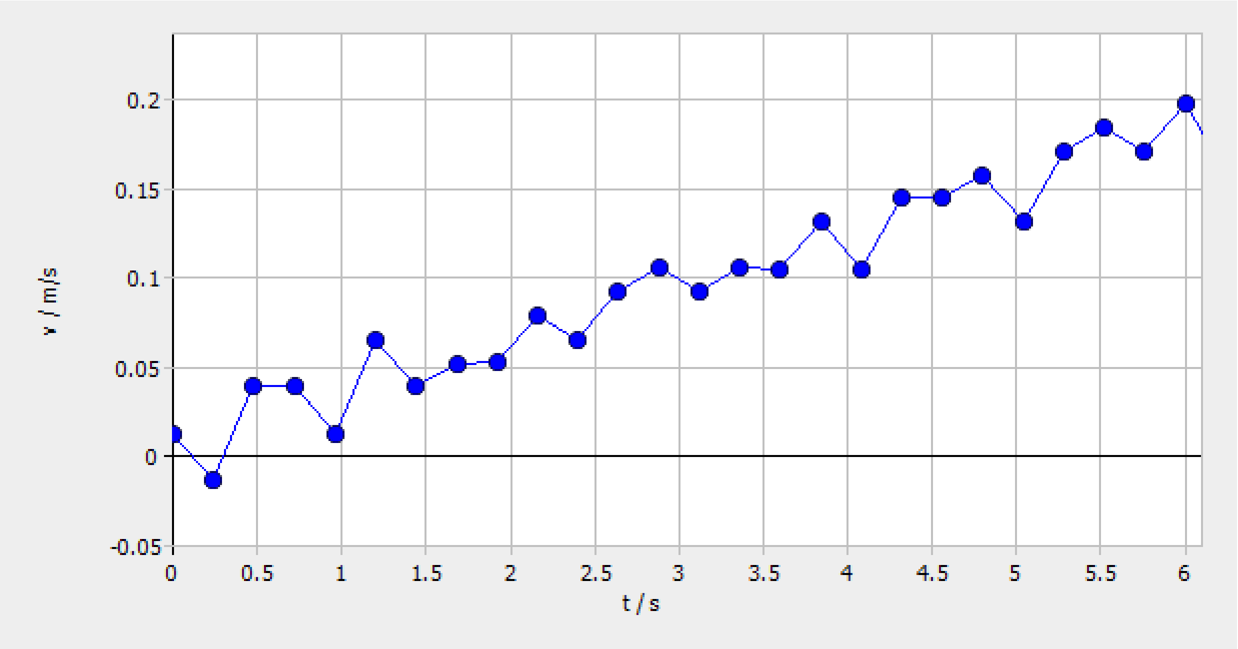

Abbildung 5: Abhängigkeit der Geschwindigkeit *v* von der Zeit *t*

Wie aus der Theorie gemäß Gleichung (2) zu erwarten war, ergibt sich, wie in Abbildung 5 zu sehen ist, ein linearer Zusammenhang. Klickt man in der Menüzeile des Diagramms auf „Optionen" und geht in diesem Reiter zu „Regressionsgerade", kann die Regressionsgerade der Geschwindigkeit *v* nach der Zeit *t* bestimmt werden. Es ergibt sich eine Steigung von 0,0303.

Aus (2) ergibt sich ein Trägheitsmoment von

$$I_z = 8{,}80 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{kgm}^2.$$

Abgesehen von Rundungsfehlern stimmen die beiden, auf verschiedenen Wegen ermittelten Trägheitsmomente überein.

Aufgabe 3: Graphische Darstellung der potentiellen Energie, der kinetische Energie sowie der Rotationsenergie nach der Zeit.

Um nun die (negative) potentielle (Name: „-E_pot"; Einheit: „J"; Formel: „0,436*9,81*s), kinetische (Name: „E_kin"; Einheit: „J"; Formel: „0,5*0,436*(v_y)^2") und Rotationsenergie (Name: „E_rot"; Einheit: „J"; Formel: „0,5*8,77*10^(-4)*(v_y)^2/(2,5*10^(-3))^2") graphisch darzustellen, ist für jede dieser Energiearten im Tabellenblatt wieder eine neue, eigene Spalte zu erstellen. Die graphische Darstellung der jeweiligen Energien nach der Zeit ergibt:

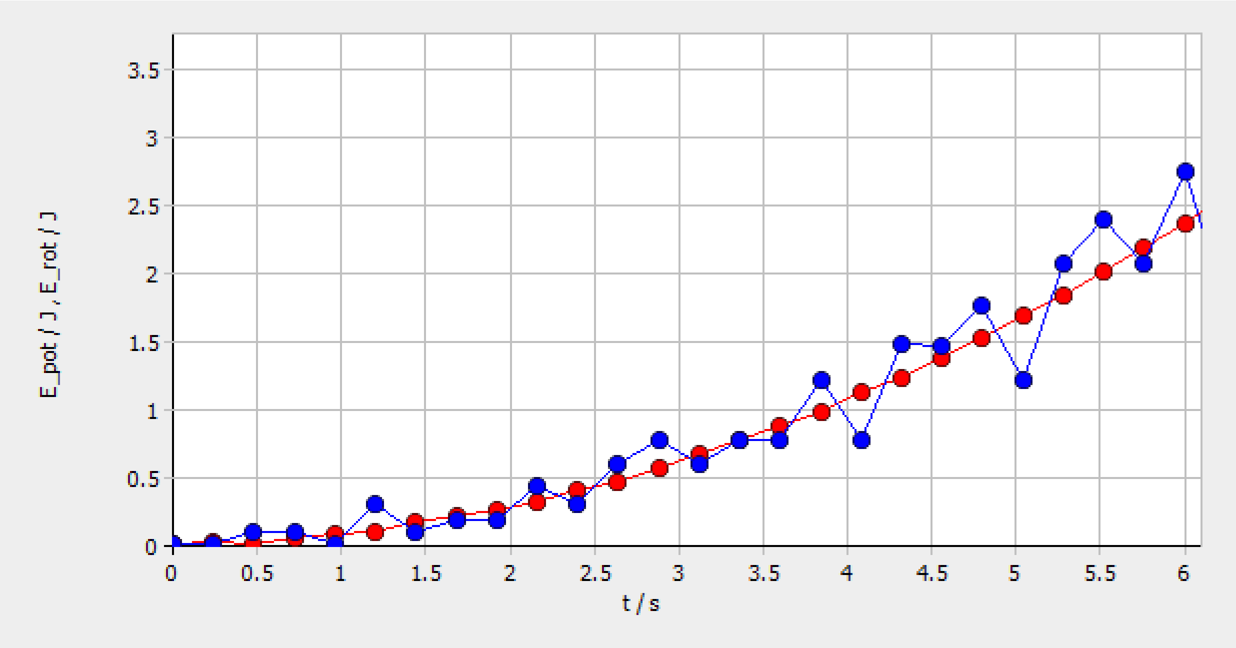

Abbildung 6: Abhängigkeit der negativen potentiellen Energie (rot) sowie der Rotationsenergie (blau) von der Zeit *t*

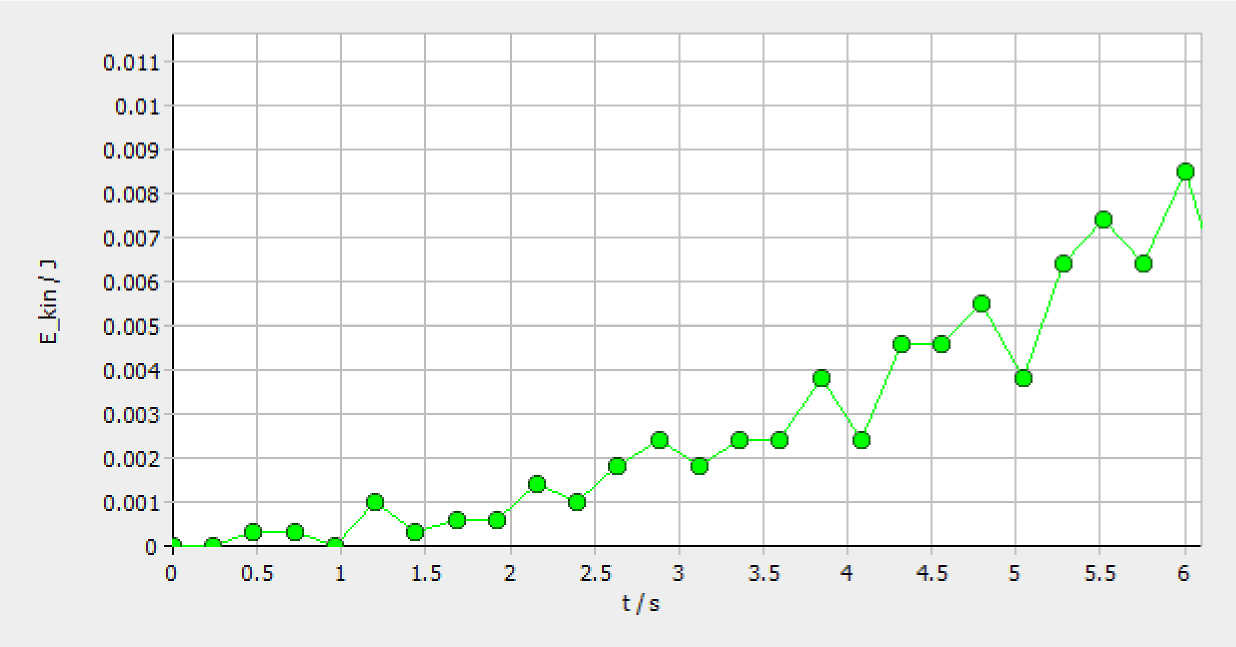

Abbildung 7: Abhängigkeit der kinetischen Energie von der Zeit *t*

Wie aus Abbildungen 6 und 7 beobachtet werden kann, wird die potentielle Energie fast komplett in Rotationsenergie umgewandelt.

Platz für Notizen: